ANALYTISCHE UNTERSUCHUNGEN DES VORGANGES DER THERMISCHEN BEHANDLUNG VON WURSTWAREN

Bei der analytischen Untersuchung des Vorganges der thermischen Behandlung von Wurstwaren wurde die Aufgabe über die Wärmeverbreitung in zylindrischen Körpern studiert. Dabei wurde es berücksichtigt, daB Würste zur thermischen Behandlung mit gleicher Temperatur im ganzen Umfang gelangen.

Eine strenge Zielsetzung besteht im folgenden:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x}$$

Die Anfangsbedingung sieht so aus:

$$u(x;0) = u_0 = Const \tag{1}$$

Die Grenzbedingungen auf der mittleren Fläche sind:

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0$$

Auf der Oberfläche sehen sie so aus:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\alpha}{\lambda}(u_1 - u) = 0\Big|_{x=L}$$

Im dimensionslosen Aussehen wird die Aufgabe (1) folgenderweise aufgeschrieben:

$$U = \frac{u - u_0}{u_1 - u_0}; \quad \frac{x}{L} = \xi; \quad \frac{at^2}{L^2} = F_0; \quad \frac{\alpha}{\lambda}L = Bi \tag{2}$$

wo U – der laufende Wert der Temperatur des Produktes;
u_0 – der Anfangswert der Temperatur des Produktes;
u_1 – die Umgebungstemperatur;
x – die Koordinate;
L – der Radius;
ξ – die relative Dicke der zu erwärmenden Schicht;
t – die Zeit;
α – der Wärmeabgabekoeffizient;
a – die Wärmeleitungszahl;

Fo – das Fouriékriterium;

Bi – das Biokriterium

sind.

Dann wird die Gleichung (1) folgenderweise aussehen:

$$\frac{\partial U}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial U}{\partial \xi}$$

Die Anfangsbedingungen sind:

$$U(\xi;0)=0$$

(3)

Die Grenzbedingungen sind:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + Bi\,U\Big|_{\xi=1} = Bi$$

Eine annähernde Lösung dieser Gleichung wurde über die Einführung der Funktion $\varphi_1(Fo)$ erhalten, die folgenderweise bestimmt wird:

$$\varphi_1(Fo) = \frac{1}{2(1-\rho^2)}\int_\rho^1 \frac{\partial U}{\partial Fo}\,\xi\,d\xi \qquad (4)$$

wo ρ – eine in der Zeit veränderliche Grenze der Verbreitung von Wärmestürmen ("der Temperaturfront") bedeutet.

Hier führen wir eine Hypothese über Existenz der "Temperaturfront" ein, die sich mit einer Endgeschwindigkeit von der Oberfläche zu Zentralschichten des Produktes verlagert.

Die Einführung so einer Hypothese ist ein formales methodisches Verfahren, das es ermöglicht, eine annähernde Lösung der Wärmeleitgleichung als Endpolynom mit genügender Präzision zu erhalten. So eine Lösungsart besitzt bestimmte Vorteile für eine analytische Untersuchung und eine Ingenieurberechnung. Außerdem widerspricht die eingeführte Hypothese den mit Hilfe von modernen Meßinstrumenten erhaltenen Versuchsergebnissen gar nicht.

Die Grundgleichung wird durch folgende annähernde ersetzt:

$$\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi\frac{\partial U}{\partial \xi}\right) = 4\varphi(Fo)$$

Die Anfangsbedingung ist:

$$\vartheta(\xi;Fo)_{\xi=\rho}=0 \tag{5}$$

Die Grenzbedingungen sind:

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\xi}\Big|_{\xi=\rho}=0$$

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\xi}+Bi\,\vartheta=Bi\Big|_{\xi=1}$$

Die Gleichung wurde in zwei Stufen gelöst.

Die erste Stufe entspricht der Periode der Verbreitung "der Temperaturfront" von der Oberfläche zum Zentrum; die zweite Stufe wird von dem Zeitpunkt abgezählt, wo die Wärmestürme das Zentrum erreichen, d.h. vom Zeitpunkt der Temperaturveränderung im Zentrum (dabei $Fo = Fo^{(1)}$). Diese Stufe endet am Zeitpunkt der Erreichung der Temperatur im Zentrum 72°C. Umfangreiche, wenn auch unkomplizierte Umbildungen ausgelassen, führen wir Endergebnisse an. Die Verteilung der Temperatur sieht auf der ersten Stufe folgenderweise aus:

$$\vartheta'(\xi;Fo)=\frac{Bi[\xi^2-\rho^2\ln\xi^2-\rho^2(1-\ln\rho^2)]}{(Bi+2)(1-\rho^2)+Bi\,\rho^2\ln\rho^2} \tag{6}$$

ξ = 0 im Wurstzentrum;

ξ = 1 auf der Wurstoberfläche.

Die Abhängigkeit ρ von Fo wird nach der beigelegten Nomogramm (Abb.) bestimmt. In der Gleichung (6) wird das Gesetz über die Verbreitung der Temperatur in der Wurst während der Verlagerung von Wärmestürmen von der Peripherie zum Zentrum ausgedrückt.

Die Lösung der Aufgabe auf der zweiten Stufe wird annähernd durch die Berechnung der Durchschnittsableitung in der Zeit erzielt.

$$\varphi_1(Fo)=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{\partial\vartheta}{\partial Fo}\,\xi\,d\xi \tag{7}$$

Bei folgenden Grenzbedingungen erhalten:

$$
\begin{aligned}
&V(0; Fo^{(1)}) = 0 \\
&\frac{\partial V}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = 0 \\
&\frac{\partial V}{\partial \xi} + Bi\,V = Bi\Big|_{\xi=1}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Das Ergebnis der Lösung dieser Gleichung wird folgenderweise ausgedrückt:

$$V(\xi; Fo) = 1 - \frac{Bi}{Bi+2}\left(\frac{Bi+2}{Bi} - \xi^2\right) exp\left[-\frac{8Bi}{Bi+4}\left(Fo - Fo^{(1)}\right)\right] \tag{9}$$

Die Formel (9) ist für $Fo \geq Fo^{(1)}$ gültig. Der Wert $Fo^{(1)}$ wird nach der beigelegten Nomogramm in Abhängigkeit von Bi bei $\rho = 0$ bestimmt. Der Ausdruck (9) wurde der Beschreibung des Vorganges der thermischen Behandlung von Wurstwaren zugrunde gelegt.

Unter Anwendung der Gleichungen (6) und (9) und Berücksichtigung des in der Arbeit von A.I.Peleew erhaltenen Ergebnisses kann zur Bestimmung der Gesamtdauer des Vorganges der thermischen Behandlung folgende Abhängigkeit empfohlen werden:

$$
\begin{aligned}
t = b\Big\{ &\frac{L^2}{a_1}\Big[-\frac{Bi+4}{8\,Bi_1}\,\ln \frac{U_1 - U_{schmelz.}}{U_1 - U_0}\Big) + Fo^{(1)}\Big] + \\
&+ \frac{L^2}{a_2}\Big[-\frac{Bi_2+4}{8Bi_2}\,\ln\Big/\frac{U_1 - U_{End.}}{U_1 - U_{schmelz}}\Big)\Big]\Big\}
\end{aligned}
\tag{10}
$$

wo b – der empirische Koeffizient ist, der die Abweichung der Wurstform von der zylindrischen und die Besonderheiten von wärme-physikalischen Brätcharakteristika berücksichtigt.

Der Wert des empirischen Koeffizienten wurde durch die Gegenüberstellung der tatsächlichen Dauer der thermischen Behandlung von Wurstwaren in Thermokammern mit dem Ergebnis, das bei der Lösung der Gleischung (10) erhalten wurde, bestimmt.

Der Index I gehört zu Werten des Kriteriums Bi und der Wärmeleitzahl a, die nach durchschnittlichen wärme-physikalischen Konstanten für Temperaturbereich $U_0 \div U_{schmelz.}$ berechnet wurden, und der Index 2 - zu Werten derselben Parameter, die nach durchschnittlichen wärme-physikalischen Konstanten für Temperaturbereich $U_{schmelz.} \div U_{End.}$ erhalten wurden. Die Werte von wärme-physikalischen Konstanten wurden nach Angaben von WNIIMP angenommen (2). Die von uns durchgeführten Untersuchungen ermöglichten die Bestimmung des Koeffizienten "b" für einige in Kuttisindarm hergestellten Brühwurstarten.

Die erhaltenen Werte des Koeffizienten "b" sind unten angeführt:

Wurstart	Koeffizient "b"
1. Ljubitelskaja	0,63
2. Doktorskaja	0,58
3. Diabetische	0,73
4. Tschajinaja	0,72
5. Otdelnaja	0,66
6. Stolowaja	0,74

Auf Grund von Ergebnissen der durchgeführten Untersuchungen wurde eine analytische Beschreibung des Vorganges der thermischen Behandlung von Wurstwaren gegeben. Es wurde die Gleichung zur Bestimmung der Gesamtdauer des Vorganges der thermischen Behandlung erhalten. Die empirischen Koeffiziente für sechs Wurstarten wurden bestimmt.

Das erhaltene Ergebnis kann für eine analytische Untersuchung und eine Ingenieurberechnung der Vorgänge der thermischen Behandlung angewandt werden.

B I B L I O G R A P H I E

1. П е л е е в А.И. Теплофизическое обоснование процессов термической обработки мясопродуктов. "Мясн.индустр.СССР", 6, 1963.
2. Г о р б а т о в В.М., М а с ю к о в В.Н., Г н о е в о й П.С. Определение теплофизических свойств мясного фарша. "Труды ВНИИМПа", 1967.