

ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ АДДИТИВНЫХ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЫРЬЯ И ГОТОВОЙ ПРОДУКЦИИ МЯСНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

И.В.ГУБАНОВ, В.М.МОРОЗОВ.

Всесоюзный научно-исследовательский институт мясной промышленности, Москва, СССР

Н.Н.МИЗЕРЬСКИЙ

Московский технологический институт мясной и молочной промышленности, г.Москва, СССР

В последние годы в мясной промышленности наметилась четкая тенденция к переходу на выпуск нетрадиционных высококачественных мясопродуктов, содержащих в определенной доле белковые добавки различного происхождения. Отмеченная тенденция закономерна и в полной мере отражает растущий спрос населения земного шара на данный вид продуктов питания. В связи с этим из года в год растет число наименований выпускаемых промышленностью мясопродуктов и все разнообразнее становится их элементный состав.

Эти особенности развития мясной промышленности, а также высокая материалоемкость ее продукции выдвигают перед отраслевой наукой проблему разработки современных методов определения многочисленных биохимических, диффузионных, термических, гидродинамических и механических характеристик сырья и готовой продукции в зависимости от их структуры и состава. К таким характеристикам вещества, в первую очередь, следует отнести его плотность (ρ), вязкость (μ), теплоемкость (C), теплопроводность (λ), энтальпию (i), а также энергию связи воды с веществом (h).

Необходимо заметить, что вследствие специфичности сырья и готовой продукции мясоперерабатывающего производства и условности понятий гомогенности и изотропности составляющего их вещества все указанные выше характеристики являются вероятностными.

На фиг.1 представлена предлагаемая авторами система классификации: 1) методов определения характеристик; 2) математических моделей характеристик; 3) характеристик сырья и готовой продукции мясной промышленности.

В основу представленной классификации характеристик положена их преимущественная принадлежность к определенному классу технологических процессов и оборудования мясной промышленности, т.е. фактически процессно-аппаратурный признак.

При современном состоянии науки определение физико-химических характеристик какой-либо гетерогенной системы (например, коэффициента теплопроводности колбасного фарша со шпиком) с различной степенью приближения возможно осуществить как аналитическим путем по соответствующим характеристикам отдельных гомогенных составляющих, так и экспериментально с помощью различных прецизионных приборов. Нахождение характеристик гомогенных составляющих (например, коэффициента теплопроводности воды) в общем случае возможно осуществить с помощью тех же приборов. При аналитическом описании указанных характеристик полезным является представление их в виде степенных рядов по соответствующим переменным.

В настоящей работе рассматриваются исключительно аналитические методы нахождения физико-химических характеристик сырья и готовой продукции как гетерогенных систем мясной промышленности и предполагается, что все необходимые экспериментальные данные (например, по результатам исследований Г.В. Бабонова, А.В. Горбатова, В.М. Горбатова, В.И. Еремина, В.Д. Косого, В.П. Латышева, Г.Е. Лимонова, В.Н. Родина, И.А. Рогова, а также авторов, для построения этих характеристик уже имеются. Таким образом, на обсуждение выносятся комбинированные методы определения характеристик.

В целях единообразного представления математических моделей характеристик введем понятие гетерогенного ряда:
$$\varphi = \sum_{k,j,i} u_i^{j_i} (z - z_k)^i \quad (1)$$

где φ - произвольная функция переменного $(z - z_k)$; $u_i^{j_i}$ - постоном; i - показатель порядка следования постономов; j - показатель степени переменного; k - порядковый номер центра разложения (z_k) ; $i \sum$ - тройная сумма раскрывается сначала по " i ", затем по " j " и, наконец, по " k ".

Ряды Лорана, Маклорена, Тейлора, Фурье и асимптотические ряды можно рассматривать как частные случаи ряда (1), причем для решения пространственных или энергетических задач общей теории физико-химических характеристик в качестве структурных элементов "малых" и "больших" параметров с успехом могут быть использованы элементарная длина $\ell_0 = 7 \cdot 10^{-17}$ см и энергия связи молекулярного иона водорода $E = 0,2$ кэВ соответственно.

В табл. 1,2,3 приведены примеры использования ряда (1) для возможного представления физико-химических характеристик сырья и готовой продукции мясной промышленности унифицированными математическими моделями типа $C = f_1(T)$, $\rho = f_2(T)$, $\lambda = f_3(T)$ в интервалах температур как содержащих точки фазовых переходов, так и при их отсутствии.

Как видно из табл. 1, 2, 3, при отсутствии точек фазового перехода математические модели физико-химических характеристик мясopодуKтоB не содержат главной части ряда (1) и, наоборот, при наличии одной или нескольких точек фазового перехода (которые мы предлагаем рассматривать как точки выброса характеристик), представление какой-либо характеристики рядом (1) обязательно содержит его члены вида $u_i^{v_i} (T - T_k)^{-i}$

Оценивая представленные в табл. 1, 2, 3 системы и их математические модели как элементарные, можно построить математические модели и более сложных систем, в которые эти элементарные системы входят в качестве аддитивных или мультипликативных составляющих. При построении аддитивных математических моделей коэффициента удельной теплоемкости (C) и коэффициента теплопроводности (λ) мясopодуKтоB с достаточной для инженерной практики точностью могут быть использованы зависимости вида:

Таблица 1

Система	$C = \sum_{i=1,2} u_i^{v_i} (T - T_k)^i, \quad \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ K}$				
	$u_{-2}^{v_{-2}} (T - T_k)^{-2}$	$u_{-1}^{v_{-1}} (T - T_k)^{-1}$	$u_0^{v_0} (T - T_k)^0$	$u_1^{v_1} (T - T_k)^1$	$u_2^{v_2} (T - T_k)^2$
Вода	-	-	$42182 \cdot 10^{-4}$	$-3308 \cdot 10^{-6} \cdot (T - 273,15)$	$7558 \cdot 10^{-8} \cdot (T - 273,15)^2$
Лед	-	-	$21089 \cdot 10^{-4}$	$73947 \cdot 10^{-7} \cdot (T - 273,15)$	-
Свинина сухая обезжиренная	-	-	$814 \cdot 10^{-3}$	$122 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 0)$	-
Жир свиной натуральный	$\frac{3,23}{1+3096 \cdot 10^{-5} (T - 274,33)^2}$	$\frac{4,00}{1+625 \cdot 10^{-4} (T - 300)^2}$	$-1067 \cdot 10^{-3}$	$1089 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 0)$	-
Печень говяжья сухая обезжиренная	-	-	$5385 \cdot 10^{-4}$	$76928 \cdot 10^{-7} \cdot (T - 0)$	-

Таблица 2

Система	$\rho = \sum_{i=1,2} u_i^{v_i} (T - T_k)^i, \quad \frac{K^2}{m^3}$			
	$u_{-2}^{v_{-2}} (T - T_k)^{-2}$	$u_{-1}^{v_{-1}} (T - T_k)^{-1}$	$u_0^{v_0} (T - T_k)^0$	$u_2^{v_2} (T - T_k)^2$
Вода	-	1000	$-486 \cdot 10^{-4} \cdot (T - 277,15)$	$-401 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 277,15)^2$
Лед	-	916,8	$-916,8 \cdot 1,53 \cdot 10^{-4} \cdot (T - 273,15)$	-
Свинина сухая обезжиренная	-	1770	$-177,645 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 0)$	-
Жир свиной натуральный	$\frac{65}{\exp(0,105(T - 273,15))}$	928,9	$-114 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 0)$	-
Говядина сухая обезжиренная	-	1551	$-1551 \cdot 0,225 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 0)$	-

Таблица 3

Система	Интервал температур, °C	$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^{v_i} (T-T_k)^i}{u_i^{v_i} (T-T_k)^0}$	$\frac{P_m}{M \cdot K}$
Белок	$0 \leq t \leq 50$	-	$0,505$
	$-50 \leq t \leq -10$	-	$1,160$
			$142 \cdot 10^{-5} \cdot (t-0)^4$
			$-118 \cdot 10^{-4} \cdot (t-0)$
Желток	$0 \leq t \leq 50$	-	$0,351$
	$-50 \leq t \leq -10$	-	$0,750$
			$2 \cdot 10^{-5} \cdot (t-0)$
			$-6 \cdot 10^{-5} \cdot (t-0)$
Меланж	$0 \leq t \leq 50$	-	$0,451$
	$-50 \leq t \leq -10$	-	$0,940$
			$125 \cdot 10^{-5} \cdot (t-0)$
			$-78 \cdot 10^{-4} \cdot (t-0)$

$$C = x_1 C_1 + x_2 C_2 + \dots + x_n C_n \quad (2)$$

$$\lambda = x_1 \lambda_1 + x_2 \lambda_2 + \dots + x_n \lambda_n \quad (3)$$

где $C_1, C_2, \dots, C_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ — соответственно коэффициенты удельной теплопроводности системы и ее составляющих; n — число составляющих системы; $x_1, x_2, \dots, x_n$ — весовые функции элементарных систем ($\sum_{i=1}^n x_i = 1$).
При построении мультипликативных математических моделей, коэффициента теплопроводности (λ) и плотности (ρ) мясopодуKтов могут быть использованы зависимости вида:

$$\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n}{x_1 \cdot \lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_n + x_2 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n + \dots + x_n \cdot \lambda_n \cdot \dots \cdot \lambda_n} \quad (4)$$

$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \dots \cdot \rho_n}{x_1 \cdot \rho_1 \cdot \dots \cdot \rho_n + x_2 \cdot \rho_2 \cdot \dots \cdot \rho_n + \dots + x_n \cdot \rho_n \cdot \dots \cdot \rho_n} \quad (5)$$

где $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{n-1}, \rho_n$ — соответственно плотность системы и ее составляющих; n — число составляющих системы; $x_1, x_2, \dots, x_n$ — весовые функции элементарных систем ($\sum_{i=1}^n x_i = 1$).

С помощью ряда (1) могут быть представлены математические модели и других физико-химических характеристик сырья и готовой продукции мясной промышленности. К ним относятся: зависимость $\lambda = f(w)$ теплоты испарения связанной воды от ее доли в продукте; термограммы $t = f(\tau)$ плавления бараньего, говяжьего и свиного жиров; термограммы $t = f(\tau)$ замораживания мясopодуKтов в жидком азоте; зависимость $i = f(\tau)$ — удельной энтальпии мясopодуKтов от температуры.

На фиг. 2, 3, 4, 5 показан характерный вид математических моделей физико-химических характеристик мясopодуKтов, построенных на основании экспериментальных данных. На фиг. 2 представлена зависимость $c = f(t)$ для фарша ливерной колбасы: 1 — 1 сорта, 2 — 3 сорта. На фиг. 3 представлена зависимость $c = f(t)$ в виде зоны расположения данных для обезжиренных мышечных тканей МРС, свиней и КРС. На фиг. 4 показана зависимость $c = f(t)$ для жиров: 1 — говяжьего, 2 — свиного, 4 — бараньего и 3 — свиного шпика. На фиг. 5 представлена термограмма $t = f(\tau)$ плавления говяжьего жира. Для свиного, бараньего жиров и свиного шпика зависимости $t = f(\tau)$ аналогичны представленной на фиг. 5.

Необходимо отметить, что представленные в виде ряда (1) математические модели физико-химических характеристик мясopодуKтов в большинстве случаев с помощью сумм Фейера удается свернуть к функциям определенного класса. Например, зависимость $t = f(\tau)$ легко свертывается к контурным функциям $\sin x$ или $\cos x$, что позволяет представлять ее в более компактном виде. Численные значения функций $\sin x$, $\cos x$ и $\cos x$ приведены в табл. 4.

В современных теоретических исследованиях при построении математических моделей дискретной среды все большую роль начинают играть n — мерные решетчатые-сетевые слоистые структуры. Особенно велико их значение при создании строгих аналитических моделей фазовых переходов в веществе (Д.Рюэль, 1971 г; Ф.Дайсон. Э.Монтролл. М.Кац. М.Фишер, 1973 г; А.Исихара, 1973 г; А.З.Паташинский, В.Л.Покровский, 1975 г; А.А.Лушников, 1978 г; Е.Е.Тареева, 1979 г).

При традиционном рассмотрении считают, что смена фаз проявляется в нарушении регулярности термодинамических функций, которые вне точки фазового перехода являются аналитическими.

Нарушение регулярности указанных функций можно понимать и как смену законов распределения вероятностей флуктуаций термодинамических параметров системы, а саму точку фазового перехода как точку разрыва корреляционных функций при изменении этих параметров. Смена законов распределения вероятностей хорошо прослеживается с помощью урновой схемы с переключением, которая предлагается в качестве единого вероятностного механизма, объясняющего кусочную аналитичность термодинамических функций;

$$F = F(a_0, b_0, c_0; \alpha, \beta, \gamma; n, z, m, n-z-m), \quad (6)$$

где a_0, b_0, c_0 — соответственно исходная интенсивность прямых, обратных и переключательных процессов в динамической системе; α, β, γ — законы нарастания интенсивностей соответственно прямых, обратных и переключательных процессов; n — общая продолжительность функционирования системы; $m, n-z-m, z$ — соответственно продолжительность функционирования прямых, обратных и переключательных процессов; F — закон распределения случайной величины (управление урновой схемой с переключением осуществляется датчиком случайных чисел).

Урновая схема с переключением позволяет формировать богатый набор контурных функций. С их помощью могут быть представлены и такие зависимости, как зависимость свободной энергии от плотности при фазовом переходе 1 рода (Д.Рюэль, 1971 г.), зависимость массы мелкодисперсной фракции от времени при коагуляции (А.А. Лушников, 1978 г.), зависимость напряжения от деформации для высокомолекулярных соединений (А.Исихара, 1973 г.), а также общий вид скейлинговой функции (М.Фишер, 1973 г.). При наличии соответствующего массива экспериментальных данных конкретный вид контурной функции может быть найден и с помощью группы контурных алгоритмов, рассматриваемой как класс отображений, заданных аксиоматически по совокупности характерных свойств.

Таблица 4

x	$\sin x$	$\cos x$	$\sin^2 x$
0°	0	1	0
10°	0,17	0,98	0,03
20°	0,34	0,94	0,12
30°	0,50	0,87	0,25
40°	0,64	0,77	0,41
45°	0,71	0,71	0,50
50°	0,77	0,64	0,59
60°	0,87	0,50	0,76
70°	0,94	0,34	0,88
80°	0,98	0,17	0,97
90°	1	0	1

Все вышесказанное дает необходимые и достаточные основания выдвинуть следующие утверждения аксиоматического порядка:

физико-химические характеристики сырья и готовой продукции мясной промышленности являются большими стохастическими системами; в больших конечномерных нелинейных динамических системах с распределенными переменными параметрами могут спонтанно возникать стохастические автоколебательные процессы; энергия этих процессов черпается из почти периодических или регулярных источников; регенеративные (в том числе автономные) системы обладают этим свойством; нелинейные распределенные системы обладают дисперсией;

математические модели существующих вариантов теории фазовых переходов (бифуркционной теории, фиг. 6-1; диссипативной теории, фиг. 6-2; коагуляционной теории, фиг. 6-3; резонансной теории, фиг. 6-4; флуктуационной теории, фиг. 6-5) можно рассматривать как частные случаи (формируемые с помощью принципа активизации границ взаимодействия) математической модели (1) теории связности ($\nabla \cdot S = z$) полупериодических решеток, элементарная ячейка ($y = u$) которой с ядром простейшего типа ($n = 3$, куб) представлена на фиг. 6-6;

в качестве единственного малого параметра теории фазовых переходов может быть принята близость текущего значения переменных к точке фазового перехода; при рассмотрении гидродинамических аспектов теории фазовых переходов можно полагать, что набор состояний по почти периодическим решеткам (уровней энергии, чисел Рейнольдса, эйлеров скоростей и т.п.) имеет счетное число турбулентных мод; в больших стохастических системах вязкость гасит микромасштабные возмущения, что определяет конечномерность всех областей притяжения (см. фиг. 6, где все области притяжения выделены штриховкой).

Использование основных положений предлагаемой теории покажем на примере построения математической модели коэффициента теплопроводности λ для двухкомпонентной системы с элементарной ячейкой "куб-куб" (см. фиг. 6-6). Внутренняя область этой системы с относительным линейным размером a имеет теплопроводность λ_1 , а внешняя область с относитель-

ным линейным размером "1" имеет теплопроводность " λ_1 ". Выполняя тривиальные построения, получим:

$$\lambda = \frac{\lambda_1[\lambda_1 - (\lambda_1 - \lambda_2) \alpha^2]}{\alpha \cdot \lambda_1 + (1 - \alpha)[\lambda_1 - (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \alpha^2]} \quad (7)$$

В заключение необходимо отметить, что результаты расчетов с помощью (7) не намного отличаются от результатов расчетов при использовании областей притяжения по форме отклоняющихся от кубической. Этот факт объясняется, видимо, тем обстоятельством, что с точки зрения топологии гиперboloиды, конусоиды, параболоиды, полигранноиды, сфероиды, тороиды, цилиндroidы, эллипсоиды и их композиции являются поверхностями мало отличающимися друг от друга. При анализе гидродинамической устойчивости фазовых переходов в качестве элементарной ячейки турбулентности рациональнее выбрать не куб, а тетраэдр, что позволяет сократить число исходных турбулентных мод до четырех (см. фиг. 6-5).

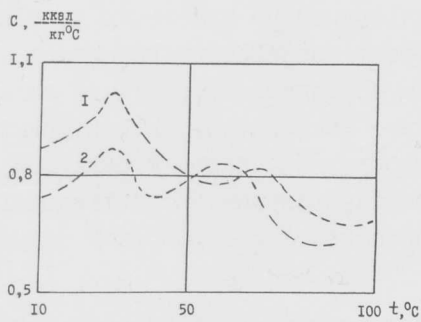
В общем случае при математическом моделировании физико-химических характеристик сырья и готовой продукции мясной промышленности с помощью почти периодических структур необходимо постоянно следить за соблюдением законов симметрии моделируемых величин.

Характеристики	
Термодинамические	
Электродинамические	
Биохимические	Диффузионные
Термические	
Гидродинамические	Механические
Комбинированные	

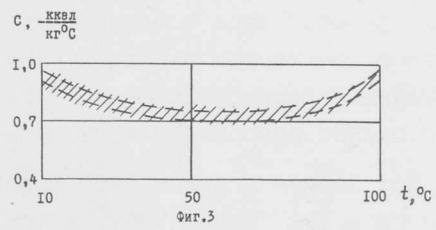
Методы определения характеристик	
Аналитические	Экспериментальные
Комбинированные	

Математические модели характеристик	
Аддитивные	Мультипликативные
Комбинированные	

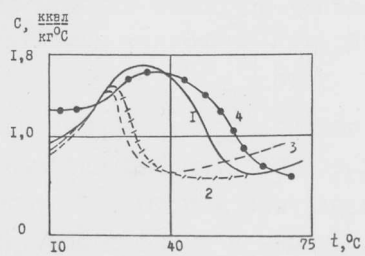
Фиг. 1



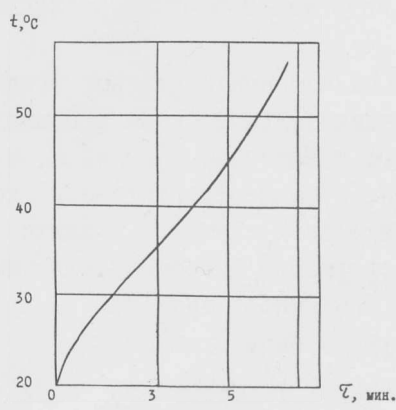
Фиг. 2



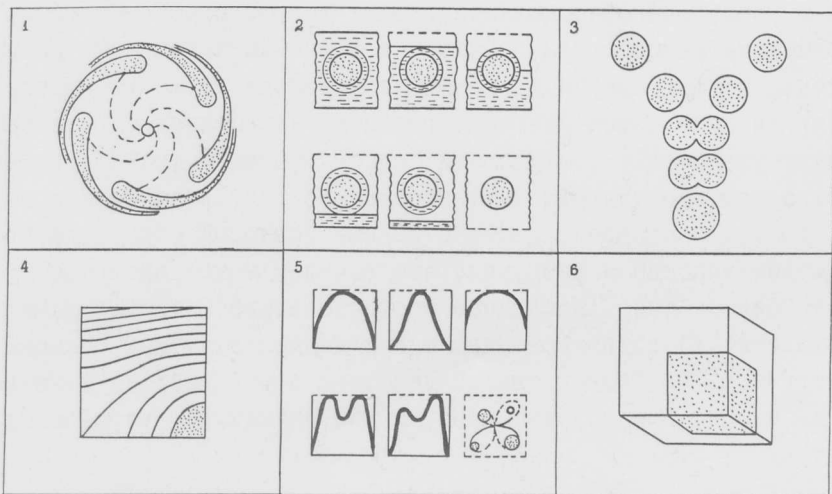
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6