

Моделирование механических свойств коллагенсодержащего сырья и процессов его измельчения.

ИВАНОВ В.И., ЮРКОВ С.Г., ДУЙЦЕНКО Б.Н. и АНДРЕЕНКОВ В.А.

Московский технологический институт мясной и молочной промышленности, Москва, СССР

Важной технологической операцией в процессе производства желатина из мягкого коллагенсодержащего материала является процесс его измельчения. По целому ряду причин измельчение дисковыми и пластинчатыми ножами предпочтительнее. При этом способе измельчения можно достичь требуемой технологией стабильности размеров и заданной формы кусочков сырья. Уменьшение удельных энергозатрат на резание можно получить за счет исключения объемного деформирования материала. Схема процесса измельчения спилковой обреза дисковыми и пластинчатыми ножами представлена на рис.1.

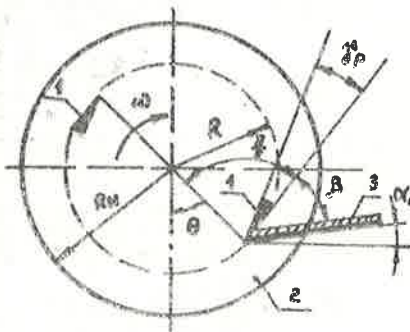


Рис.1. Схема процесса рубки и резки спилковой обреза.

Fig.1. The diagram of the process of cutting and chopping of trimmings

В настоящей работе делается попытка создать методику расчета рабочих органов на основе разработанных нами математических моделей, описывающих механические свойства как самого сырья, так и механику процесса его измельчения. Механическое поведение такого материала, как спилковая обреза шкур крупного рогатого скота с достаточно высокой степенью точности описывается нелинейными интегральными соотношениями

$$\text{вида: } \begin{cases} \varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t \kappa(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \\ \sigma(t) = \varphi(\varepsilon) - \int_0^t \tau(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \end{cases} \quad (1)$$

Здесь σ и ε - соответственно напряжение и относительная деформация в материале сырья, t - время, $\varphi(\varepsilon)$ - кривая мгновенного деформирования или динамическая кривая (диаграмма) растяжения материала сырья, полученная в результате динамических испытаний на специально разработанном стенде. На рис.2 показаны динамическая 1 и статическая 2 кривые растяжения спилковой обреза.

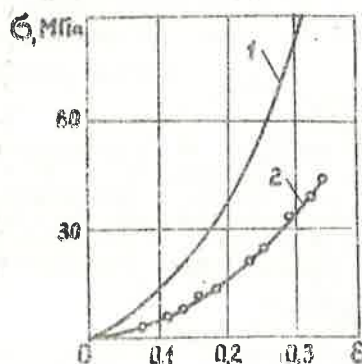


Рис.2. Динамическая и статическая диаграммы деформирования спилковой обреза: 1 - динамическая диаграмма; 2 - статическая диаграмма.

Fig.2 Dynamic and static diagrams of trimmings deformation

1 - Dynamic diagram, 2 - Static diagram

Динамическую кривую деформирования (рис.2) аналитически удобно представить функцией вида:

$$\varphi(\varepsilon) = B(e^{a\varepsilon} - 1) \quad (2)$$

где α и B - некоторые константы материала сырья. Что касается функций $K(t)$ и $T(t)$ в уравнениях (1), то по результатам обработки опытов на релаксацию напряжений и деформаций принимаем:

$$T(t) = Ae^{-\beta t} t^{\alpha-1} \quad (3)$$

Здесь A, β, α - некоторые константы, характеризующие наследственно-пластические свойства материала сырья. Если известна функция $T(t)$, являющаяся ядром второго интегрального уравнения (1), то $K(t)$ будет определена как резольвента из соотношения:

$$T(t) - K(t) = \int_0^t K(t-\tau) T(\tau) d\tau \quad (4)$$

В окончательном представлении математическая модель механического поведения сырья, связывающая напряжения, деформации и время имеет вид:

$$\sigma(t) = B(e^{a\epsilon} - 1) - \int_0^t Ae^{-\beta(t-\tau)} (t-\tau)^{\alpha-1} \cdot B(e^{a\epsilon(\tau)} - 1) d\tau \quad (5)$$

Выражение (5) описывает механическое поведение спилковой обрезки шкур крупного рогатого скота в широком интервале скоростей нагружения и деформирования.

Схематически процесс измельчения иллюстрируется рис.1. На этом же рисунке указаны обозначения основных параметров процесса рубки: R_n - радиус ножевого диска; r - радиус вращения лезвий отрезных (пластинчатых) ножей; θ - угол встречи отрезного ножа с материалом; ω - частота вращения лезвий отрезного и дискового ножей; α - угол подачи сырья; δ_p - угол заточки отрезного ножа.

На рис.3 показана расчетная схема процесса рубки спилковой обрезки отрезным ножом сводящимся к схеме нагружения тонко-листовых материалов, лежащих на опоре (2) при пробивании его движущимся со скоростью V клинообразным телом 1 с углом заточки δ_p . Клинообразное тело движется и пробивает листовую материал 3 весьма малой толщины h с постоянной скоростью $V = \omega r$. Вектор скорости V , как это следует из кинематики движения отрезного ножа, всегда параллелен правой грани лезвия ножа 1 (рис.3). Поэтому логично, что правая грань ножа 1 в процессе внедрения практически не деформирует, а, следовательно, и не нагружает пробиваемый листовый материал. Напротив, левая грань сообщает отделенной части листа (вернее его торцу) скорость V' , являющейся одной из составляющих вектора скорости V (рис.3). Из геометрических соображений легко установить, что:

$$V' = \frac{V \sin \delta_p}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \delta_p + \theta + \alpha_1 \right)} \quad (6)$$

и задачу можно схематизировать следующим образом. Пренебрегаем в первом приближении трением между материалом и ножом, полагаем, что лобовое поперечное сечение листового материала, параллельное кромке лезвия, остается плоским и перемещается параллельно самому себе в направлении, перпендикулярном к режущей кромке лезвия (гипотеза плоских сечений).

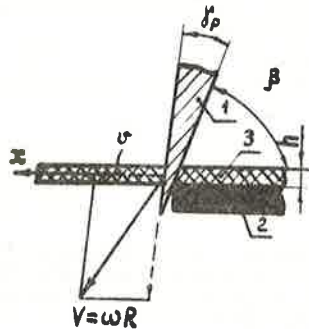


Рис.3. Схема процесса рубки спилковой обрезки.

Fig.3. The Diagram of the process of trimmings cutting

Процесс распространения деформаций и напряжений во времени описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (7)$$

где $\alpha_0 = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\epsilon}}$; X - продольная координата оси; u - продольное перемещение поперечного сечения, являющееся функцией координаты X и времени t ; ρ - плотность материала; σ и $\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$ - соответственно продольное перемещение и деформации.

Материал определяет вид закона связи между напряжениями и деформациями тела. Для случая спилковой обрезки шкур крупного рогатого скота такой закон связи имеет вид соотношения (5). Решение уравнения (7) строится методом характеристик и выражается формулой:

$$V' = \frac{\partial u}{\partial t} = - \int_0^{\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x}} \alpha_0 d\epsilon \quad (8)$$

Закон, характеризующий механику поведения сырья (5), представляем в виде:

$$\sigma = B(e^{a\epsilon} - 1) \quad (9)$$

или

$$\sigma = B \left\{ \left[1 - \frac{\omega R a \rho^{\frac{1}{2}} \sin \delta_p}{2 (B a)^{\frac{1}{2}} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \delta_p + \theta + \alpha_1 \right)} \right]^2 - 1 \right\} \quad (10)$$

Выражение (10) определяет напряжения, приложенные к поверхности среза сплинка. Очевидно, что точно такое же напряжение (давление) со стороны материала оказывается на грани лезвия рубящего ножа.

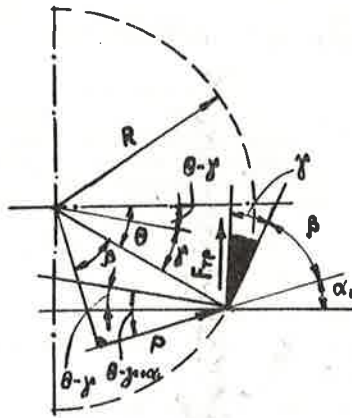


Рис.4. Силовое взаимодействие отрезного ножа со сплиnkовой обрезью.
Fig.4. Force interaction between a cutter knife and trimmings

Крутящий момент, необходимый для преодоления сил сопротивления (рис.4), определится формулой:

$$M_{кр} = B \left\{ \left[1 - \frac{\omega R a p^2 \sin \theta p}{2 (B a)^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta + \alpha_1 \right)} \right]^2 - 1 \right\}.$$

$$\cdot \delta h R \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha_1 \right) + \mu \cos \left(\theta - \theta_p + \alpha_1 \right) \cos \theta_p \right] \quad (II)$$

Здесь μ - коэффициент трения между материалами ножа и сырья; h - толщина материала; δ - рабочая длина лезвия ножа.

Скорость самозатягивания или самоподачи рекомендуется определять по формуле:

$$V_{сп} = 0,5 R_n \omega K \quad (I2)$$

где K - коэффициент самоподачи, рассчитываемый по уравнению:

$$K = \frac{C}{\frac{1}{M_0} + 0,5 \frac{\delta}{R_n} + D} \quad (I3)$$

Здесь C и D - некоторые коэффициенты, зависящие от угла заточки и величины дуги резания листового материала и его природы; δ - толщина ножа; P_p - сопротивление резанию;

$$M_0 = \frac{P_p R_n}{\mu}$$

μ - коэффициент трения пары дисковый нож - сырье; P - давление в межножевом пространстве, возникающее вследствие вклинивания в продукт ножей и определяемое по кривой деформирования материала; R_n - радиус дискового ножа.

Наибольшая величина деформации на участке, где $\epsilon = const$ определяется соотношением:

$$\epsilon = \frac{\delta}{\delta + \delta'} \quad (I4)$$

Если обозначить угол заточки дискового ножа через θ , то "эффективный угол заточки" θ' , зависит от углов встречи θ_1 и подачи α_1 (рис.5) и определяется геометрическим соотношением (I5).

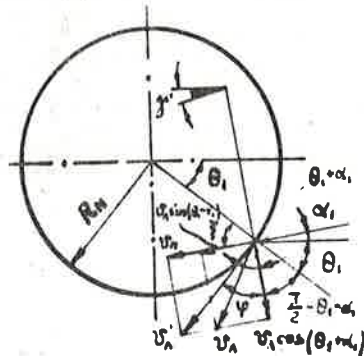


Рис.5. Определение кинематического угла резания дискового ножа.
Fig.5. Determination of a kinematic cutting angle of a rotary knife

$$\operatorname{tg} \frac{\theta'}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (I5)$$

Здесь $\psi = \theta_1 + \alpha_1$; θ_1 - угол встречи материала с лезвием дискового ножа. Кинематический угол резания ψ'' , характеризующий скользящее резание, может быть рассчитан по формулам:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2} = \operatorname{Sin} \psi \operatorname{tg} \frac{\psi'}{2} \\ \operatorname{tg} \psi = \frac{V_n}{V_\lambda \operatorname{Cos}(\theta_1 + \alpha_1)} + \kappa \operatorname{tg}(\theta_1 + \alpha_1) \end{cases} \quad (16)$$

Здесь $V_\lambda = \omega R_n$ - линейная скорость лезвия дискового ножа. При этом из кинематических соотношений резание дисковым ножом условно представляется, как резание пластинчатым ножом с углом заточки лезвия ψ' и скоростью лезвия, определяемой как проекция вектора на направление лезвия (рис.5). Следует подчеркнуть, что направления лезвия условного пластинчатого ножа и подачи материала по спуску - взаимно перпендикулярны (рис.5). Следовательно, скользящее резание условного пластинчатого ножа характеризуется скоростью лезвия $V_\lambda \operatorname{Cos}(\theta_1 + \alpha_1)$ и скоростью подачи $V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)$. Здесь V_n - скорость принудительной подачи сырья, а κ - коэффициент самоподачи.

Промежуток времени t_1 , в течение которого зависимость деформации от времени линейна, определяется из уравнения:

$$t_1 = \frac{\delta \cdot \operatorname{ctg} \frac{\psi''}{2}}{2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)]} \quad (17)$$

Полная продолжительность процесса деформирования спилка t_2 при предельном внедрении дискового ножа:

$$t_2 = \frac{R_n \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1 + \frac{\psi}{2})}{\operatorname{Sin}(\pi - \theta_1 - \alpha_1)[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)]} \quad (18)$$

Таким образом, в интервале $t_1 \leq t \leq t_2$, зависимость между временем и деформацией материала спилка линейна и может быть представлена в виде:

$$\varepsilon = \frac{2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)] t \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2}}{b + \delta} \quad (19)$$

В интервале $t_1 \leq t \leq t_2$ деформация ε от времени не зависит и определяется формулой (14). Итак, принимая во внимание физический закон связи между напряжениями, деформациями и временем в виде (5), получим распределение напряжений (давлений) σ на поверхности контакта дискового ножа с материалом спилка, соответствующее изменению деформаций.

а) в интервале $0 \leq t \leq t_1$

$$\sigma(t) = B \left(e^{\frac{a2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)] t}{b + \delta} \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2}} - 1 \right) - \int_0^t A e^{-\beta(t-\tau)} B \left(e^{\frac{a2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)] \tau}{b + \delta} \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2}} - 1 \right) (t-\tau)^{\nu(20)} d\tau$$

б) в интервале $t_1 \leq t \leq t_2$

$$\sigma(t) = B \left(e^{\frac{a2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)] t}{b + \delta} \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2}} - 1 \right) - \int_0^{t_1} A e^{-\beta(t-\tau)} B \left(e^{\frac{a2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)] \tau}{b + \delta} \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2}} - 1 \right) (t-\tau)^{\nu(20)} d\tau - \int_{t_1}^{t_2} A e^{-\beta(t-\tau)} B \left(e^{\frac{a2[V_n + \kappa V_\lambda \operatorname{Sin}(\theta_1 + \alpha_1)] t_1}{b + \delta} \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi''}{2}} - 1 \right) (t-\tau)^{\nu(20)} d\tau \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) дают распределение давления σ на боковых поверхностях дискового ножа и связывают все основные физико-механические, геометрические и кинематические параметры системы вращающийся дисковый нож - спилковая обреза шкур крупного рогатого скота. По известному распределению сжимающих напряжений на поверхности контакта спилка с дисковым ножом нетрудно установить величину сопротивления резанию. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными распределения мощности за цикл работы такого типа измельчителя. Таким образом, разработанные нами модели механических свойств мягкого коллагенсодержащего сырья и процессов его измельчения дисковыми и отрезными ножами, позволяющие с учетом применения ЭЕМ производить научно обоснованный выбор основных геометрических, кинематических и технологических параметров измельчителей рассматриваемого типа.